

Promovendo a argumentação matemática por meio da exploração da tarefa “Comparação de áreas”

Promoting mathematical argumentation through the exploration of the “Area Comparison”

Florindo Mateus Ulombe Nascimento¹

Como citar este artigo:

Nascimento, F. M. U. (2026). Promovendo a argumentação matemática por meio da exploração da tarefa “Comparação de áreas”. *Revista Multidisciplinar CEsP*, 4(1), 6-33.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.18033100>

Publicado em: 23/12/2025

Copyright © 2026 pelo(s) autor(es) e Revista Multidisciplinar CEsP.

Este trabalho está licenciado sob a licença Creative Commons Attribution International (CC BY-NC-ND 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



RESUMO

O presente artigo apresenta uma análise e discussão reflexiva sobre a prática argumentativa desenvolvida pelos estudantes durante o diálogo matemático mediado pelo professor, em uma das aulas da unidade curricular de Matemática I, destinada aos estudantes do 1.º ano do curso de formação inicial de professores. O estudo teve como objectivo promover o desenvolvimento da argumentação matemática por meio da resolução da tarefa “Comparação de Áreas”. Para a conquista do objectivo, a tarefa foi proposta aos estudantes com a orientação de que fosse resolvida em pequenos grupos e, posteriormente, discutida colectivamente. Os resultados indicam que a tarefa se mostrou eficaz no fomento à prática argumentativa, permitindo aos estudantes a construção de argumentos com estrutura básica e bem organizada, classificados predominantemente como empíricos, genéricos e simbólicos. O papel orquestrador do professor nas apresentações foi determinante, uma vez que seus questionamentos possibilitaram que os estudantes clarificassem e fundamentassem seus raciocínios. A forma de colecta dos dados revela que a pesquisa realizada adoptou uma

¹ Doutorando em Metodologia do Ensino Primário na opção Ensino da Matemática pelo ISCED de Benguela. Instituto Superior Politécnico Jean Piaget de Benguela, nascimentooflorindomateus@gmail.com.

abordagem metodológica de natureza qualitativa.

Palavras-chave: Argumentação matemática; tarefas; papel do professor.

Abstract

This article presents an analysis and reflective discussion on the argumentative practice developed by students during the mathematical dialogue mediated by the teacher, in one of the classes of the Mathematics I curricular unit, aimed at students in the 1st year of the initial teacher training course. The study aimed to promote the development of mathematical argumentation through the resolution of the task “Comparison of Areas”. To achieve the objective, the task was proposed to the students with the guidance that it should be solved in small groups and, later, discussed collectively. The results indicate that the task proved to be effective in promoting argumentative practice, allowing students to construct arguments with a basic and well-organized structure, classified predominantly as empirical, generic and symbolic. The orchestrating role of the teacher in the presentations was decisive, since his questions allowed the students to clarify and substantiate their reasoning. The way in which the data were collected reveals that the research adopted a qualitative methodological approach.

Keywords: Mathematical argumentation; tasks; role of the teacher.

INTRODUÇÃO

As actividades matemáticas realizadas em sala de aula com o propósito de favorecer a construção de raciocínios argumentativos claros e lógicos por parte dos alunos são, em grande medida, reflexo de uma planificação cuidadosa e intencional realizada pelo professor.

A argumentação matemática constitui uma capacidade essencial no desenvolvimento do pensamento matemático (Mason et al., 1985), embora essa capacidade tenha o seu papel amplamente reconhecido em investigações conduzidas por diversos autores (Balacheff, 1999; Boavida, 2008; Yackel & Cobb, 1996), ainda assim, Boavida (2005), Nunes e Almouloud (2013), consideram essa prática pouco explorada no contexto da sala de aula. Na mesma linha de pensamento, Boavida (2005) e National Council of Teachers of Mathematics (2007, citado em Gomes, 2020) e Ponte et al, (1998), reconhecem que as actividades matemáticas que estimulam práticas argumentativas, tanto no nível de escolaridade primário quanto no nível secundário, continuam ainda muito escassas e pouco incentivada nas propostas de tarefas que são orientadas aos alunos no contexto de ensino-aprendizagem dessa disciplina. Autores como Boavida (2005), Martinho e Gil (2014), Stein e Smith (2009) e Ponte (2005) reforçam essa constatação ao admitirem que a complexidade envolvida na selecção e planificação de aulas com tarefas que exigem níveis mais elevados de reflexão constitui um dos principais factores que por vezes limitam a promoção da argumentação em sala de aula.

A argumentação é fundamental na educação primária, pois contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da comunicação e da construção do conhecimento matemático pelos alunos. Segundo (Gil, 2012) e Boavida (2005), essa capacidade está, implicitamente ligada aos raciocínios e às afirmações que os alunos constroem em actividades de resolução de problemas. No entanto, fomentá-la em sala de aula ainda representa um grande desafio. Pois, exige do professor não apenas a selecção criteriosa de tarefas ricas e desafiadoras, mas também uma reflexão sobre as acções pedagógicas mais adequadas para estimular a produção de argumentos e o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos por parte dos seus alunos. Contudo, foi com base na compreensão de que determinadas tarefas matemáticas podem favorecer a prática argumentativa e no reconhecimento do papel fundamental do professor na promoção de uma cultura argumentativa em sala de aula que o presente artigo definiu como objectivo central promover a argumentação dos estudantes por

meio da exploração da tarefa “Comparação de Áreas”. Assim, para a consecução do objectivo da pesquisa, foi desenvolvida uma aula alinhada ao tema “Tratamento da Geometria e Medida”, direccionada a professores em formação inicial de um dos Institutos Superiores Politécnico privado da província de Benguela. Nessa aula, foi apresentada aos estudantes uma proposta de tarefa, a qual foi orientada para ser resolvida em pequenos grupos, de forma colaborativa.

Portanto, com o propósito de compreender de maneira mais aprofundada os níveis de argumentos produzidos pelos estudantes e as acções do professor no fomento às práticas argumentativas matemáticas em sala de aula, este artigo inicia-se com um enquadramento teórico sobre a argumentação matemática, no qual se apresenta a estrutura básica de argumentação (dados, garantias e conclusão) segundo o modelo de Toulmin, bem como os tipos de argumentos comumente construídos pelos alunos durante os discursos argumentativos — empíricos, genéricos e simbólicos. Na sequência, o artigo exhibe as considerações de diversos autores sobre o papel da argumentação no ensino da Matemática, destacando sua relevância no desenvolvimento do pensamento crítico do aluno e no fomento da cultura matemática. Em seguida, são apresentados excertos representativos transcritos dos raciocínios argumentativos desenvolvidos pelos estudantes durante a resolução da tarefa em pequenos grupos e na socialização da mesma ao colectivo, os quais evidenciam a abordagem metodológica adoptada nesta pesquisa. Por fim, o texto apresenta as considerações finais e as referências bibliográficas que fundamentam o nosso estudo.

Argumentação Matemática

Para argumentar matematicamente, é importante seguir uma estrutura lógica e rigorosa para demonstrar a validade de uma afirmação ou conclusão baseada em premissas matemáticas. Segundo o modelo de argumentação proposto por Toulmin (2008, citado em Gil, 2012) essa estrutura pode ser considerada por um

esquema com três elementos: o enunciado ou conclusão (C) que são as afirmações que se pretende justificar; os dados (D) que permitem justificar a conclusão; e a garantia (G) que são regras de inferência que permitem justificar a passagem dos dados à conclusão. Para a construção de um argumento matemático consistente, é necessário seguir determinados passos, dos quais:

- ❖ **Identificar os dados (D)** – A primeira etapa é identificar, claramente, os dados que temos e dos quais se pretende chegar a uma conclusão Toulmin (2008, citado em Gil, 2012; Ponte, 2005; Nascimento, 2024).
- ❖ **Estabelecer as regras de inferência ou garantias (G)** – Recorrendo a regras de inferência válidas para ligar dados à conclusão. As regras de inferência são princípios lógicos que permitem passar de uma proposição para outra. Ao aplicar as regras de inferência importa verificar que cada etapa é válida para as aplicar Toulmin (2008, citado em Gil, 2012; Nascimento, 2024).
- ❖ **Verificar a conclusão (C)** – Depois de se chegar à conclusão, é necessário verificar a sua validade, ou seja, se todos os dados e garantias aplicadas estão correctos e se a conclusão decorre, logicamente, destas Toulmin (2008, citado em Gil, 2012; Nascimento, 2024).

Depois de tudo isto, é possível explicitar o argumento matemático de forma clara. Isto inclui apresentar os dados, as garantias aplicadas e a conclusão obtida. A explicação deve ser, suficientemente, detalhada para que outros possam seguir o mesmo raciocínio e verificar a validade dos argumentos.

Na Matemática, a argumentação é essencial tanto para a resolução de problemas quanto para a construção de conhecimentos. Trata-se de uma prática discursiva que permite aos estudantes justificar suas afirmações, desenvolver o raciocínio lógico e construir significados a partir da interacção com ideias matemáticas. Segundo Gil (2012), a argumentação matemática vai além da simples aplicação de regras ou teoremas: ela envolve a capacidade de raciocinar criticamente, interpretar e compreender diferentes perspectivas, bem como formular e explorar conjecturas.

No contexto da prática argumentativa, é possível identificar diferentes tipos de argumentos, cada um com funções específicas no desenvolvimento do pensamento matemático. Dentre os principais, destacam-se os argumentos empíricos, genéricos e simbólicos (Gil, 2012).

Argumentos empíricos: são baseados em evidências observáveis e experiências concretas, como manipulações com materiais didáticos, observação de padrões ou experimentações numéricas. Esses argumentos geralmente envolvem dados reais ou resultados obtidos por tentativa e erro, sendo úteis especialmente nas fases iniciais de formulação de conjecturas ou validação de ideias por meio de exemplos específicos.

Argumentos genéricos: caracterizam-se por seguir padrões ou estruturas lógicas válidas em diversas situações, independentemente de exemplos concretos. Esses argumentos utilizam métodos ou estratégias de resolução que se aplicam a uma ampla gama de problemas. Representam uma forma mais abstrata de pensar, pois os estudantes extrapolam dos casos particulares para construir generalizações matemáticas.

Argumentos simbólicos: envolvem o uso de linguagem formal e notações matemáticas, como variáveis, expressões algébricas, fórmulas e propriedades. Por meio desses símbolos, é possível representar ideias complexas de forma concisa e rigorosa. Os argumentos simbólicos são fundamentais na formulação precisa de teoremas e na demonstração lógica de resultados.

Cada tipo de argumento contribui de maneira específica para o avanço na compreensão matemática dos estudantes. Ao promover um ambiente de diálogo e questionamento, o professor desempenha papel crucial na validação e ampliação dos argumentos construídos pelos alunos, incentivando a transição de raciocínios empíricos para formas mais abstractas e generalizáveis.

Argumentação matemática na sala de aula

Promover actividades em sala de aula que estimulem a argumentação dos alunos ainda representa um desafio para muitos professores. Essa prática exige, de forma geral, não apenas experiência profissional, mas também uma cuidadosa planificação e organização das aulas, como a selecção de tarefas matemáticas ricas e desafiadoras (Boavida, 2005; Gil, 2012; Gomes, 2020). Além disso, é fundamental que o professor adopte acções pedagógicas concretas, como formular questionamentos estratégicos durante as interacções com os alunos, com o objectivo de garantir o envolvimento activo deles tanto na resolução quanto na discussão colectiva das tarefas propostas (Nascimento, 2024).

A argumentação matemática é um processo fundamental na educação matemática, onde os alunos são incentivados a justificar suas respostas, explicações ou soluções de problemas por meio de raciocínio lógico e utilizando conceitos matemáticos (Boavida, 2005). A mesma autora refere que este processo ajuda a desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de resolução de problemas, mas também promove uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Na mesma linha de ideia, Martinho e Gil (2014), reforçam o papel que é atribuído a argumentação nas aulas de Matemática, ao referirem que:

o valor da argumentação, nas aulas de Matemática, surge não só associado à ideia de explicação e justificação – convencer o outro – mas também à própria discussão e avaliação das diferentes ideias expressas na sala, mediante a realização de uma determinada tarefa (p. 4).

Neste sentido, o papel do professor na promoção da argumentação matemática deve ser valorizado, pois cabe a ele, além de preparar previamente as tarefas, criar condições didácticas que convidem os alunos a participarem activamente das discussões em sala de aula. Essa participação favorece o desenvolvimento dos seus raciocínios matemáticos. Isso implica, entre outros aspectos, estimular

a análise e a discussão de argumentos matemáticos, os quais são fundamentais para uma aprendizagem significativa e eficaz.

Para desenvolver a capacidade de argumentação matemática dos alunos, há diversos aspectos fundamentais que o professor deve considerar. Entre eles, destacam-se: *a promoção de um ambiente de aprendizagem interactivo*, *a valorização de diferentes abordagens de resolução* e *a selecção criteriosa de tarefas matemáticas desafiadoras* (Gomes, 2020; Ponte, Brocado & Oliveira, 1998; Lapan & Schram, 1989).

A criação de ambientes de aprendizagem interactivos exige a proposição de actividades que incentivem os alunos a discutirem e justificarem suas soluções. Nesse sentido, é essencial que sejam organizados momentos de trabalho em grupo, nos quais os estudantes dialogam entre si para resolver desafios e alcançar consensos, bem como momentos de discussão colectiva, nos quais partilham as descobertas e estratégias elaboradas em grupo. Martinho e Gil (2014) destacam que, para que o discurso dos alunos em sala de aula se mantenha em um ambiente de socialização favorável, é essencial que o diálogo esteja centrado na argumentação matemática. Além disso, os autores reforçam a mesma ideia afirmando que é necessário que haja um cuidado visível com a linguagem utilizada, assegurando que os termos e conceitos matemáticos sejam empregues com precisão e coerência.

Incentivar a exploração de diferentes abordagens de resolução é igualmente relevante, pois proporciona aos alunos o contacto com distintas formas de pensar, promove a compreensão de que há múltiplos caminhos possíveis para a resolução de um mesmo problema e valoriza o próprio processo de pensamento matemático.

Por fim, *a selecção de tarefas desafiadoras* que estimulem o raciocínio e a argumentação dos alunos é de suma importância, pois essas tarefas favorecem a construção de conhecimentos matemáticos mais profundos e o desenvolvimento de competências argumentativas. Autores como Ponte (2005), Stein e Smith (2009) defendem que a escolha de tarefas ricas e cognitivamente

desafiadoras permite a discussão, o confronto de ideias e o estabelecimento de conexões entre diferentes estratégias de resolução, aspectos fundamentais para o fortalecimento da prática argumentativa em sala de aula.

A argumentação resume-se no exercício da prática discursiva promovida pelos alunos no contexto da sala de aula, que se concretiza por meio da partilha e socialização dos raciocínios construídos durante a resolução de actividades matemáticas propostas, tendo como propósito a construção colectiva de conhecimentos e a consensualidade de ideias.

A promoção da prática argumentativa nas aulas de Matemática deve ser um exercício contínuo na actuação docente, independentemente do nível de ensino. Conforme o NCTM (2007, citado por Gomes, 2020), todos os programas de Matemática, desde o pré-escolar até ao 12.º ano de escolaridade, devem contemplar a habilitação dos alunos para desenvolverem e avaliarem argumentos e provas matemáticas. O professor deve incentivar os seus alunos a discutir ideias e a apresentar seus raciocínios aos colegas, questionando-os sobre os fundamentos utilizados para formular suas conjecturas e sobre a lógica que sustenta suas afirmações. Nessa mesma linha de pensamento, Boavida (2001) defende que a formulação de conjecturas, a produção e a justificação de afirmações são actividades essenciais para o desenvolvimento do raciocínio argumentativo e por isso, tais práticas devem ser introduzidas desde os primeiros anos de escolaridade, pois constituem a base para a aprendizagem da demonstração matemática (Nasser & Tinoco, 2003).

DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO E PRODUÇÃO DOS DADOS

Esta pesquisa foi realizada num dos Institutos Superiores Politécnico privado da província de Benguela, com uma turma do 1.º ano do curso de formação inicial de professores. A turma era constituída por 18 estudantes com idades compreendidas entre os 21 e os 34 anos. A pesquisa caracterizou-se, portanto, como um estudo experimental, com procedimento de abordagem qualitativa,

consubstanciado pelas técnicas de observação e participação activa do pesquisador no contexto investigativo.

A recolha de dados da pesquisa deu-se, predominantemente, por meio da observação directa e da participação activa do pesquisador no contexto investigado. Essa participação concretizou-se por meio de questionamentos feitos aos estudantes durante a realização de seus trabalhos, o que permitiu captar suas estratégias e formas de raciocínio. As intervenções realizadas ao longo da resolução da tarefa possibilitaram o registo das respostas e das ideias construídas pelos estudantes, contribuindo para a compreensão dos modos como a argumentação matemática foi desenvolvida em sala de aula. A sessão foi gravada e registada fotograficamente, mediante autorização prévia dos estudantes, com o objectivo de que fosse possível viabilizar a análise das transcrições dos dados produzidos ao longo de toda a actividade.

A análise dos argumentos produzidos pelos estudantes foi feita com base no modelo básico dos elementos da argumentação proposto por Toulmin. A classificação dos argumentos apresentados durante a socialização das ideias e raciocínios matemáticos foi categorizada segundo os tipos de argumentos descritos na tese de doutoramento de Gil (2012).

Com o objectivo de promover o desenvolvimento da argumentação matemática em sala de aula, o professor propôs aos estudantes a tarefa intitulada “Comparação de Áreas”, acompanhada de um conjunto de orientações didácticas, incluindo: a organização da turma em pequenos grupos, a distribuição de materiais (geoplanos), a definição do tempo de resolução e instruções gerais sobre o modo como seriam apresentadas as resoluções da tarefa ao colectivo.

A proposta da tarefa visava possibilitar que, por meio de sua exploração, os estudantes discutissem ideias matemáticas, apresentassem diferentes estratégias de resolução e produzissem argumentos matemáticos coerentes, capazes de evidenciar o grau de conhecimento matemático adquirido. Durante o desenvolvimento da actividade, o professor acompanhou atentamente as

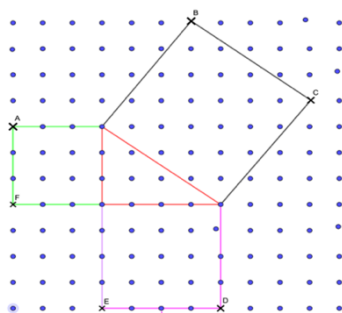
interacções nos grupos, monitorando os momentos de discussão e interagindo com os grupos sempre que julgou necessário, de modo a estimular a construção e a explicitação de argumentos.

No quadro 1, é possível visualizar o enunciado da tarefa proposta aos estudantes no início da sessão.

Quadro 1: Tarefa de formação “Comparação de Áreas”

Comparação de áreas

Na figura, estão representados um triângulo e sobre cada um dos seus lados três quadrados.



1. Considerando cada quadrícula como sendo a unidade de área, qual é a relação entre as áreas dos quadrados? Justifique.

Fonte: acervo do autor.

Ainda na fase introdutória da sessão, após os grupos tomarem contacto com o enunciado da tarefa, o professor sugeriu que os estudantes replicassem as figuras apresentadas no enunciado utilizando o geoplano. Ao justificar essa orientação, o professor destacou que, ao reproduzirem as figuras no geoplano, os estudantes teriam maior facilidade para experimentar diferentes possibilidades e analisar situações semelhantes à proposta pela tarefa, mas variando as medidas dos lados dos triângulos.

O professor explicou que esse tipo de experimentação contribuiria para que os estudantes construíssem asserções matemáticas mais seguras e formulassem

conjecturas fundamentadas, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio e da argumentação matemática.

A sessão prosseguiu com a fase de resolução da tarefa, na qual o professor assumiu o papel de observador-participante. À medida que acompanhava as discussões e a partilha de ideias entre os membros dos diferentes grupos, o professor registava os processos e as estratégias de resolução adoptadas pelos estudantes, com o intuito de utilizá-los como base para a discussão colectiva na etapa seguinte da aula.

Durante essa fase, o professor observou que alguns estudantes de um dos grupos identificado como Grupo A discutiam sobre a classificação do triângulo apresentado no enunciado da tarefa. Havia incerteza entre os estudantes deste grupo quanto à possibilidade de o triângulo ser rectângulo. Diante disso, o professor interveio com questionamentos dirigidos a um dos estudantes que havia sido escolhido para representar o grupo.

Nas respostas fornecidas pelo estudante, foi possível identificar a construção de uma estrutura argumentativa básica, composta por dados, garantia e conclusão, conforme o modelo de argumentação de Toulmin (2008, citado em Gil, 2012).

Episódio 1. Verifica-se o diálogo estabelecido entre o professor e o estudante designado por A1² durante a resolução da tarefa pelo seu grupo.

Professor: A1, O que caracteriza um triângulo rectângulo?

A1: Professor, um triângulo rectângulo é o nome dado a um triângulo que possui um ângulo recto e a este ângulo opõe-se sempre o maior lado, que chamamos de hipotenusa.

Professor: Muito bem, e como classificas este triângulo quanto aos ângulos? (*apontando para o triângulo representado no enunciado da tarefa*)

² É a designação hipotética que atribuímos ao estudante pertencente ao grupo A que foi indicado como representante deste mesmo grupo

A1: Professor, pelas suas características agora consigo perceber que este é um triângulo rectângulo (*apontou o estudante para o triângulo*).

Professor: Muito bem, e como concluíste que esse triângulo é um triângulo rectângulo? Tens mesmo a certeza que é um triângulo rectângulo?

A1: Sim, professor, este ângulo é de 90° (*apontou o estudante para o ângulo recto do triângulo rectângulo representado no geoplano*).

Professor: Sim, o ângulo é de 90° e...

A1: 90° é um ângulo recto e um triângulo com um ângulo recto é um triângulo rectângulo.

O Episódio 1, evidencia o raciocínio argumentativo construído pelo estudante nominado por A1, estimulado por meio dos questionamentos formulados pelo professor. No diálogo estabelecido entre ambos, percebe-se claramente que o estudante recorreu a conhecimentos matemáticos prévios, especialmente aos tipos de triângulos e sua classificação quanto aos ângulos, para fundamentar suas respostas às perguntas propostas.

Os argumentos apresentados pelo estudante foram predominantemente empíricos e genéricos, uma vez que se basearam na experimentação concreta, na manipulação de materiais e na generalização de caso particular.

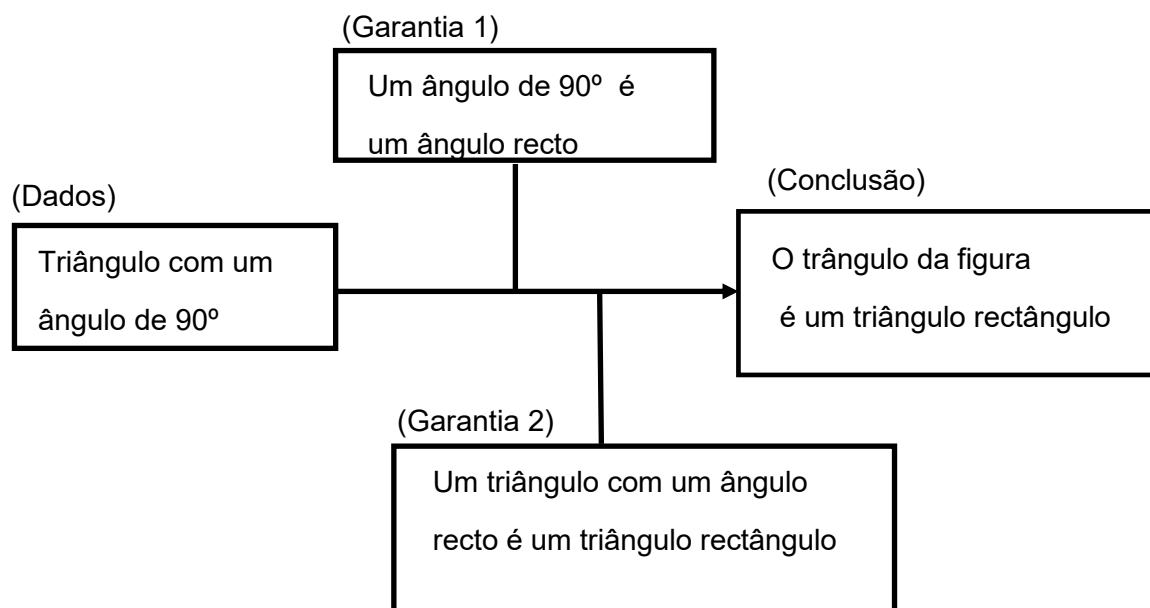
Em termos de estrutura argumentativa, segundo o modelo de Toulmin, o estudante partiu de um dado, a identificação de um triângulo com um ângulo de 90° e utilizou duas garantias: “ 90° corresponde a um ângulo recto” e “todos os triângulos rectângulos têm um ângulo recto”, para concluir que o triângulo em questão era um triângulo rectângulo.

Importa destacar o papel relevante do professor neste episódio, pois, os seus questionamentos, tais como “O que caracteriza um triângulo rectângulo?” e “Como concluíste que esse triângulo é um triângulo rectângulo?”, foram determinantes para compreender a forma como o estudante construía o seu

raciocínio e possibilitaram a classificação do argumento presente em seu discurso.

A figura 1, permite visualizar o esquema argumentativo básico construído pelo estudante durante o diálogo aberto com o professor.

Figura 1- Esquema do raciocínio argumentativo seguido pelo estudante A1



Fonte: acervo do autor.

A sessão prosseguiu com o momento das apresentações dos grupos e das discussões de ideias matemáticas. Para conduzir essa etapa, o professor organizou a ordem das apresentações com base no nível de complexidade dos processos de resolução e dos raciocínios matemáticos produzidos pelos grupos. A sequência das apresentações adoptada pelo professor foi crescente, isto é, partiu dos processos mais simples aos mais complexos. Esta estratégia possibilitou que todos os grupos acompanhassem as exposições e se envolvessem activamente nas discussões colectivas.

Abaixo, exibimos três episódios protagonizados pelos grupos A, B e C ³ durante as apresentações colectivas e interacções mantidas com a turma.

Episódio 2. Este episódio apresenta transcrições do diálogo mantido entre o Grupo A, o professor e os demais colegas, durante a apresentação do raciocínio utilizado pelo grupo na resolução da tarefa. Ao longo da explicação e justificação do processo adoptado, foi possível identificar diferentes tipos de argumentos que compuseram a estrutura argumentativa do grupo.

Dentre os argumentos apresentados, predominaram os do tipo genérico e simbólico. Os estudantes formularam generalizações a partir de casos particulares, e, recorreram também a procedimentos algébricos, como a aplicação do Teorema de Pitágoras para concluir que a hipotenusa do triângulo rectângulo mede 5 unidades e o uso de fórmulas para o cálculo das áreas dos quadrados. Apesar disso, o grupo também demonstrou esforços para resolver a tarefa utilizando apenas o geoplano, o que evidencia uma tentativa de articular raciocínio visual e simbólico na construção dos argumentos. Observe-se a forma como os estudantes (A2, A3, A4)⁴ construíam os seus discursos durante a apresentação da tarefa pelo seu grupo.

Professor: A2, como é que o vosso grupo pensou?

A2: O nosso grupo pensou da seguinte forma: buscamos, primeiramente, as medidas dos lados do triângulo. Com ajuda do geoplano, foi possível identificar as medidas dos catetos do triângulo que são 3 e 4 respectivamente (apontando para as figuras dos enunciados replicados no geoplano). Com essas

³ A designação dos grupos como A, B e C foi estabelecida com base no grau de complexidade dos raciocínios utilizados por cada um deles durante a resolução da tarefa. Essa classificação teve como objectivo facilitar a organização da ordem das apresentações, seguindo uma lógica crescente de complexidade. Partiu-se do princípio de que o Grupo A apresentou um raciocínio menos elaborado em comparação ao do Grupo B, enquanto este, por sua vez, demonstrou um raciocínio menos complexo do que o desenvolvido pelo Grupo C.

⁴As designações A2, A3 e A4 referem-se aos estudantes integrantes do Grupo A, com os quais o professor manteve interacções directas durante a apresentação dos raciocínios desenvolvidos por esse grupo.

medidas, foi possível percebermos que a hipotenusa do triângulo tinha como medida 5 unidades.

Professor: A3, como concluíram que a medida da hipotenusa é de 5 unidades?

A3: Concluímos que a hipotenusa mede 5 unidades, porque o triângulo da figura é pitagórico, e sabemos que todo triângulo pitagórico cujas medidas dos catetos são 3 e 4, respectivamente, terá sempre como comprimento da hipotenusa igual a 5 unidades.

Professor: A4, podes provar essa afirmação?

A4: Sim, professor. Para provarmos que o comprimento da hipotenusa é 5, basta usarmos o teorema de Pitágoras, *(desenhando o esquema do enunciado ao quadro e calculando o comprimento da hipotenusa recorrendo a fórmula de Pitágoras)* e com ele determinamos a hipotenusa do triângulo da seguinte forma: $c^2 = a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, logo, $c = \sqrt{25} = 5$. Com isso, concluímos que os lados do triângulo medem 3, 4 e 5.

Professor: Muito bem! e A2, o quê que foi feito a seguir com estes dados?

A2: Professor, com estes dados (3,4 e 5) e com recurso a fórmula da área do quadrado *(escrevendo a fórmula da área do quadrado no quadro e calculando a área dos quadrados das figuras desenhados ao quadro usando a fórmula)* que é: $A=l^2$, determinamos a área de cada quadrado, construído sobre os lados do triângulo e encontramos os seguintes valores: 9, 16 e 25.

Professor: Certo, e qual foi a conclusão a que chegaram com os valores das áreas dos quadrados?

A2: Com estes valores (9,16 e 25), foi possível concluir que a área do quadrado maior é a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo rectângulo.

Professor: Muito bem, parabéns!

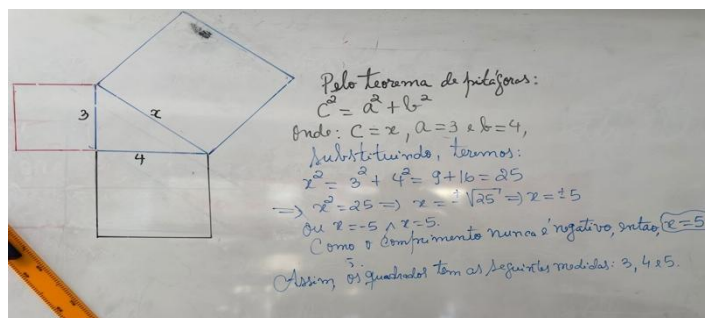


Figura 2 - Processo de resolução da tarefa realizado no quadro pelo grupo A relativamente ao comprimento da hipotenusa.

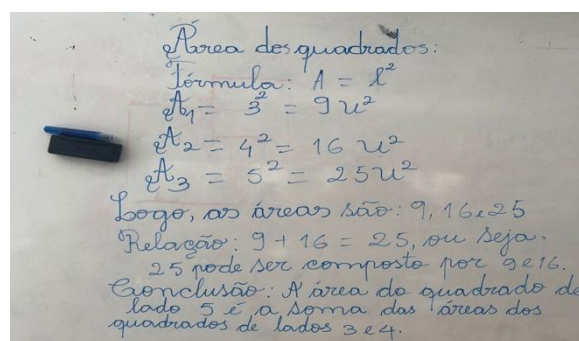


Figura 3 - Raciocínio do cálculo da área dos quadrados pela via algébrica realizado pelo grupo A.

O trecho apresentado do diálogo entre o professor e os diferentes membros do Grupo A, evidencia a estratégia considerada mais acessível pelo grupo para a resolução da tarefa proposta. Observa-se que o grupo recorreu aos procedimentos algébricos concretamente ao reconhecimento do teorema de Pitágoras para concluir o próprio teorema de Pitagóricas. Apesar da boa articulação entre raciocínio visual e simbólico, o grupo apresenta um vício importante: a conclusão da igualdade das áreas com base na aplicação do próprio Teorema de Pitágoras, que é justamente o que deveria ser demonstrado na tarefa. Em outras palavras, usam o Teorema de Pitágoras como argumento para validar a própria relação pitagórica entre áreas, o que configura um raciocínio circular.

O grupo mede os catetos (3 e 4) e afirma que a hipotenusa é 5 porque “é um triângulo pitagórico”, assumem a relação $3^2 + 4^2 = 5^2$ como válida e concluem

que é 5 pelo terno pitagórico e sendo 5 o lado do quadrado então a área do quadrado maior é 25 (pois $5 \times 5 = 25$).

Os questionamentos feitos pelo professor tiveram como finalidade estimular os estudantes a justificarem as afirmações levantadas durante suas apresentações. Essas intervenções foram fundamentais para que as ideias matemáticas levantadas por eles fossem sustentadas com base em argumentos válidos e comprováveis, fortalecendo, assim, o desenvolvimento da argumentação matemática.

Episódio 3. Este episódio apresenta transcrições do diálogo estabelecido entre o Grupo B, o professor e os demais colegas, durante a apresentação do raciocínio adotado pelo grupo na resolução da tarefa. Durante o diálogo, foi possível constatar que os estudantes determinaram as áreas dos quadrados recorrendo apenas a procedimentos geométricos, utilizando o geoplano como ferramenta de apoio. As estratégias empregadas por este grupo evidenciam a presença de argumentos empíricos e genéricos, construídos com base na experimentação concreta e na generalização de situações específicas.

A seguir, apresenta-se o diálogo mantido entre o professor e os estudantes, no qual se observa a forma como os argumentos foram elaborados e justificados no decorrer da socialização das ideias.

Professor: B1, como é que o vosso grupo pensou?

B1: O nosso grupo pensou da seguinte forma: com o auxílio do geoplano, conseguimos determinar primeiramente as áreas dos quadrados contruídos sobre os catetos do triângulo, para o efeito, contamos as quadrículas do geoplano que preenchem a superfície de cada um dos dois quadrados e encontramos os valores 9 e 16 para as áreas, ou seja, foram contabilizadas 9 quadrículas para o primeiro quadrado e 16 quadrículas para o segundo quadrado. E, para a área do quadrado maior, usamos a seguinte estratégia: (apontando para o geoplano)

Dividimos o quadrado em 4 triângulos iguais tal como é possível ver no geoplano [Figura 4], podemos ver ainda que a área de cada um destes 4 triângulos inscritos ao quadrado corresponde a metade da área deste rectângulo (apontando para o rectângulo cuja área corresponde a 12 quadrículas). Com isso, foi possível calcular a área do quadrado maior, somando as áreas dos quatro triângulos inscritos a este com a quadrícula do centro do quadrado, e foi possível concluir que a área deste quadrado corresponde a 25 quadrículas.

A5⁵: Muito bem, mas colega, por que ao determinarem a área do quadrado maior não contabilizaram também as quadrículas que preenchem a superfície toda deste quadrado? *(apontando o estudante designado por A5 para o quadrado no geoplano)*

B1: Colegas, nós quando começamos a resolver, primeiro contabilizamos as quadrículas deste quadrado, mas, ao contar tivemos dificuldades de encontrar um valor para a área do quadrado, porque algumas quadrículas deste quadrado não estão completas, ou seja, como podem observar, algumas quadrículas que fazem fronteira com a figura do quadrado maior estão recortadas, e isso nos fez mudar de estratégia.

C3: Será que esta estratégia é a única para encontrar a área deste quadrado? *(apontando para o quadrado maior desenhado no quadro)*

B1: Colega, é possível que haja outras maneiras, o grupo conseguiu apenas pensar nesta estratégia.

Professor: Muito bem, então qual é a conclusão a que chegaram quanto à relação que existe entre estas áreas?

B1: A conclusão é que a área do quadrado maior é a soma das áreas dos outros dois quadrados, isto porque 25 que é a área do quadrado maior é a soma de 9 e 16 que são áreas dos outros dois quadrados.

⁵ O estudante designado por A5 não integrava o Grupo B, sendo, um dos membros do Grupo A.

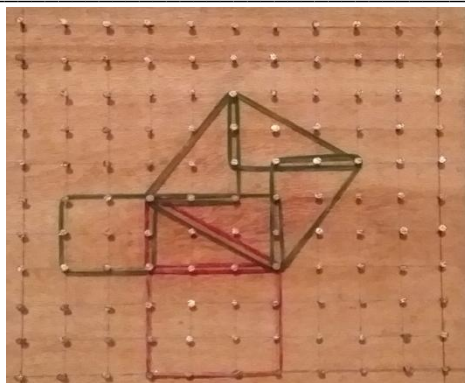


Figura 4 - Estratégia de resolução da tarefa adoptada pelo grupo B com recurso ao geoplano.

O excerto apresentado acima evidencia a evolução dos argumentos construídos pelos estudantes durante as apresentações. Ao determinar a área dos quadrados com o auxílio do geoplano, recorrendo exclusivamente a procedimentos geométricos, o grupo demonstrou a riqueza da tarefa proposta, sobretudo no que diz respeito à multiplicidade de estratégias possíveis para sua resolução, incluindo estratégias algébricas, geométricas, entre outras.

Essa estratégia de resolução da tarefa apresentada pelo grupo B, despertou o interesse e a curiosidade de outros estudantes (A5, C3), que chegaram a formular algumas questões a respeito da estratégia adoptada pelo Grupo B. Os argumentos construídos ao longo do discurso apresentaram características empíricas e genéricas, uma vez que foram fundamentados na experimentação directa e em generalizações extraídas de casos específicos. Durante este processo, o professor actuou como mediador, oferecendo aos estudantes espaço para expressarem suas ideias e de fazerem questionamentos, sem interromper o fluxo argumentativo, o que fortaleceu o carácter dialógico e colaborativo da discussão em sala de aula.

Episódio 4. O episódio a seguir foi protagonizado pela interacção entre o Grupo C, o professor e os demais estudantes. Assim como os grupos que o antecederam, o Grupo C apresentou a estratégia adoptada para a resolução da tarefa, a qual também se baseou predominantemente na abordagem geométrica.

Durante a explicação da estratégia adoptada pelo grupo para o cálculo da área do quadrado maior, os estudantes recorreram também a cálculos aritméticos, como, divisão e adição, mas utilizaram o geoplano como ferramenta central para explorar diferentes caminhos de determinação da área dos quadrados, aspecto que representou um dos principais desafios enfrentados por grande parte da turma. Os argumentos apresentados pelo grupo foram devidamente fundamentados, demonstrando coerência entre os procedimentos seguidos e as justificativas fornecidas ao longo da apresentação. Percebe-se que os argumentos construídos por esse grupo envolveram os três tipos de argumentação: empíricos, genéricos e simbólicos, demonstrando a diversidade e a riqueza das estratégias utilizadas na resolução da tarefa.

Professor: Então, C1, explique a forma como o vosso grupo pensou?

C1: O nosso raciocínio no cálculo das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo rectângulo foi semelhante ao raciocínio dos grupos que nos antecederam, mas para o cálculo da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo rectângulo, pensamos de outra forma.

Professor: C2, em que se basearam para concluir que a figura construída sobre o maior lado do triângulo rectângulo é um quadrado?

C2: Professor, foi possível concluir que a figura é um quadrado, primeiro, porque observamos e vimos que todas as medidas de seus lados são iguais; segundo, porque todos os seus ângulos internos são congruentes e correspondem a 90° , e, pelo que aprendemos na Geometria, todos os quadriláteros que possuem lados iguais e ângulos internos congruentes iguais a 90° são chamados de quadrados.

Professor: E com isso?

C1: Com isso não tivemos dúvida de que esta figura (*apontando o estudante para o quadrado maior*) se tratava também de um quadrado.

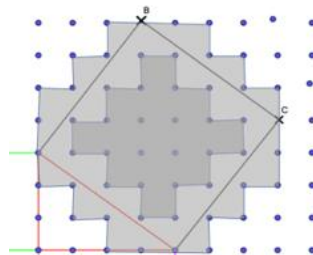
Professor: Muito bem! e qual foi o raciocínio que vocês usaram para determinar a área deste quadrado? (*apontando para o quadrado*)

C3: Pensamos da seguinte forma: primeiro, contamos todas as quadrículas completas do interior do quadrado e encontramos 13, de seguida, contabilizamos todas as outras quadrículas que envolvem a figura, aquelas que uma parte se encontra no interior e outra no exterior da figura, são 24 quadrículas, como a linha fronteira do quadrado divide ao meio essas quadrículas, logo, concluímos que a parte que falta (parte interior) para completar o quadrado seria a metade de 24, isto é, 12. Assim, somamos as 13 quadrículas com as 12 para encontrar a área do quadrado maior, e com isso, concluímos então que a área do quadrado maior é 25.

Professor: Ok, muito bem! que conclusão então chegaram quanto a relação entre as áreas dos quadrados?

C4: Professor, a conclusão que chegamos que resultou também de outras experiências que realizamos a partir do geoplano, é que a área do quadrado construído sobre o maior lado de um triângulo rectângulo qualquer será sempre igual a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos deste mesmo triângulo.

Figura 5 - Estratégia de resolução adoptada pelo grupo C no cálculo da área do quadrado maior.



Fonte: acervo do autor.

Ao longo da explicitação do raciocínio desenvolvido pelo Grupo C, foi possível notar uma evolução significativa tanto na elaboração da estratégia de resolução quanto na construção dos argumentos apresentados. Embora a estratégia adoptada pelo grupo tenha-se centrado predominantemente na via geométrica, os raciocínios evidenciaram um elevado nível de complexidade. Neste processo, o papel orquestrador do professor revelou-se fundamental, tendo actuado como provocador das argumentações, ao instigar os estudantes a justificarem suas ideias e aprofundarem suas reflexões matemáticas.

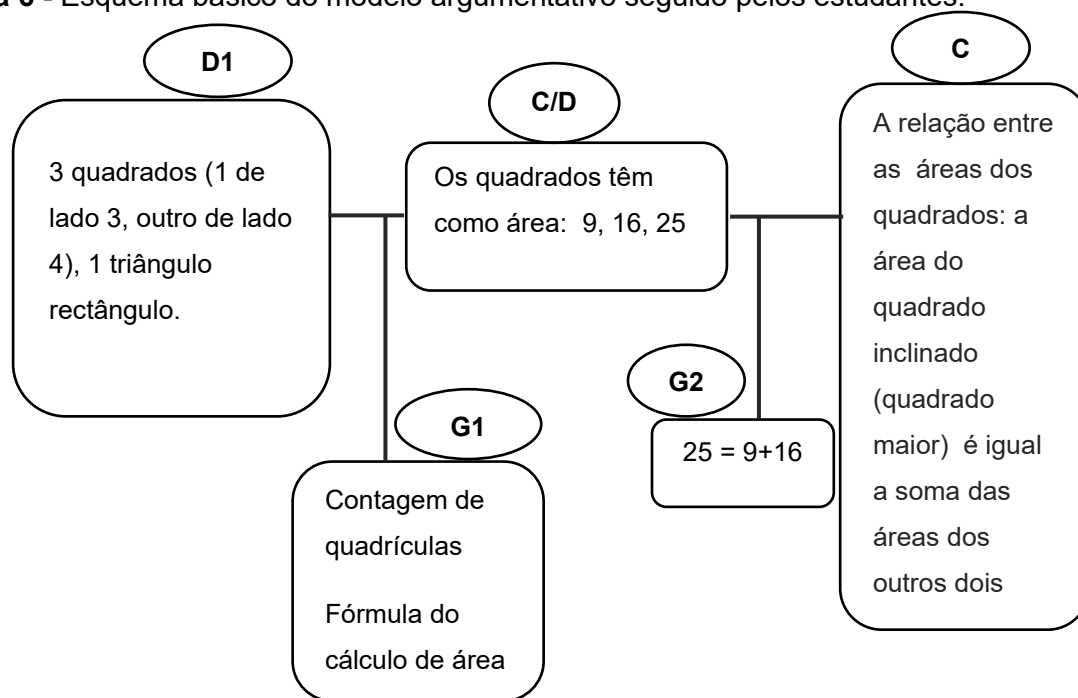
DISCUSSÃO

A partir das apresentações dos grupos, foi possível identificar diferentes abordagens e distintos processos de resolução da tarefa proposta. Os argumentos construídos pelos estudantes seguiram, em geral, a estrutura básica do modelo de argumentação proposto por Toulmin (2008, citado em Gil, 2012), uma vez que as conclusões apresentadas estavam fundamentadas nos dados iniciais do problema, sendo essas conclusões reforçadas por regras, fórmulas e conhecimentos matemáticos previamente adquiridos ao longo da formação escolar dos estudantes.

Os discursos argumentativos produzidos pelos estudantes, no diálogo aberto com a turma, apresentaram características dos três tipos de argumentos — empíricos, genéricos e simbólicos, conforme destacado por Gil (2012) em sua

tese de doutoramento. Tais discursos, embora claros e ricos, foram, em grande parte, motivados pelos questionamentos do professor durante as apresentações dos grupos, o que favoreceu o aprofundamento das ideias. O trabalho colaborativo entre os estudantes contribuiu significativamente para a construção e partilha de novos conhecimentos matemáticos. Esse resultado só foi possível porque a tarefa proposta exigiu momentos de reflexão, experimentação com o geoplano e justificação das ideias. Portanto, a seguir, apresenta-se o esquema básico de argumentação segundo o modelo de Toulmin, conforme identificado nas produções dos grupos.

Figura 6 - Esquema básico do modelo argumentativo seguido pelos estudantes.



Fonte: acervo do autor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa teve como principal objectivo promover o desenvolvimento da argumentação matemática em sala de aula. Verificou-se que as interacções e partilhas de conhecimentos, especialmente durante a exploração da tarefa proposta e nas discussões colectivas, foram determinantes para a construção de raciocínios argumentativos. Os dados da pesquisa indicam que transformar a

aula de Matemática em espaço de diálogo aberto favorece a produção de ideias matemáticas passíveis a justificações. A construção de argumentos ocorreu a partir da partilha e socialização dos processos, as quais exigiram dos estudantes não apenas resolver a tarefa, mas também explicar e justificar seus raciocínios ao grupo turma. Nessa dinâmica, o professor teve papel essencial como mediador e provocador de reflexões, incentivando os estudantes a pensarem criticamente e a comunicarem com clareza suas ideias. A tarefa proposta revelou-se apropriada para estimular a prática argumentativa, pois exigia que os estudantes mobilizassem conhecimentos matemáticos prévios, especialmente o Teorema de Pitágoras, ao analisarem e justificarem relações entre áreas de quadrados construídos sobre os lados de triângulos rectângulos no geoplano.

A conjectura formulada pelos alunos de que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos evidencia o potencial da tarefa para fomentar raciocínios argumentativos significativos. Durante a resolução da tarefa e nas apresentações dos grupos, foram identificados três tipos principais de argumentos: argumentos empíricos, baseados na experimentação concreta com o geoplano; argumentos genéricos, construídos a partir da generalização de casos particulares e argumentos simbólicos, apoiados em cálculos algébricos e uso de fórmulas matemáticas. Esses tipos de argumentos emergiram de forma articulada nas interações entre os estudantes e nas intervenções do professor, a estrutura argumentativa dos estudantes compunha os elementos conforme previsto no modelo de argumentação básico de Toulmin, em que as conclusões são sustentadas por dados, garantias e pressupostos matemáticos.

O estudo reforça, assim, que o desenvolvimento da argumentação matemática exige planejamento intencional do professor, escolha criteriosa de tarefas e criação de um ambiente relacional seguro e questionador. Portanto, como recomendações para o exercício da prática argumentativa na sala de aula sugere-se:

- Que tarefas suscetíveis à prática argumentativa sejam introduzidas desde as classes iniciais, incentivando os alunos, desde cedo, a envolverem-se

na resolução de actividades que favoreçam a análise de situações, a formulação de conjecturas e a justificação das suas ideias matemáticas.

- Que os professores seleccionem tarefas cognitivamente desafiadoras, adequadas ao nível de desenvolvimento dos alunos, que possibilite a integração de múltiplas estratégias de resolução. Esse tipo de tarefa favorece a diversificação de caminhos e contribui para a evolução dos seus níveis de argumentação.

Por fim, compreende-se a argumentação matemática como uma actividade predominantemente discursiva e dialógica que emerge da partilha de saberes entre alunos sob a mediação intencional do professor.

REFERÊNCIAS

- Balacheff, N. (1999). *Is argumentacion an obstacle? Invitation to a debate*. https://www.researchgate.net/publication/234597638_Is_Argumentation_an_Obstacle_Invitation_to_a_Debate
- Boavida, A. M. (2001). *Um olhar sobre o ensino da demonstração em Matemática*. *Educação e Matemática*, 63, 11-15
- Boavida, A. M. R. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração* (Tese de Doutoramento). Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.
- Boavida, A. M. (2008). *Raciocinar para aprender e aprender a raciocinar*. *Educação e Matemática*, 100, 1.
- Gil, P. D. B. (2012). *A história da matemática no fomento de uma cultura de argumentação em sala de aula* [Tese de Doutoramento]. Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Martinho, M. H., & Gil, P. D. B. (2014). *O professor e o desenvolvimento da capacidade de argumentação: Equações do 2.º grau na Antiga Babilónia*

- com alunos do 9.º ano. In J. P. da Ponte (Org.), *Práticas profissionais de professores de Matemática* (pp. 313-340). Universidade de Lisboa
- Gomes, A. F. S. (2020). *Argumentação matemática na aprendizagem de tópicos de Geometria de alunos do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico* [Dissertação de mestrado]. IE-UMinho.
- Lappan, G., & Schram, P. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in Mathematics. In P. Trafton & A. P. Schulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics* (pp.13-30). National Council of Teachers of Mathematics.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley.
- Nasser, L., & Tinoco, L. A. A. (2003). *Argumentação e Provas no Ensino de Matemática* (2ª ed.). Rio de Janeiro.
- Nascimento, F. M.U. (2024). *Manual de Metodologia do Ensino da Matemática: Argumentação matemática*. [Trabalho de Projecto não publicado, elaborado para a obtenção do título de mestre]. Instituto Superior de Ciências da Educação de Benguela.
- Nunes, J. M.V, & Almouloud, S.A. (2013). Argumentação no Ensino da Matemática: Perspetiva metodológica. *Rematec, Natal (RN)*, 8(13), 145-169.
- Ponte, J.P, Brocado, J., & Oliveira, H. (1998). *Investigações matemáticas na sala de aula*. APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Associação de Professores de Matemática.
- Stein, M., & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. *Educação e Matemática*, 105, 22-28.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458 – 477.

<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.4.0458>